

Linearna algebra 1

Prva zadaća

Zadatak 1. U ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$ zadani su sljedeći vektori iz $V^3(O)$:

$$\vec{a} = \lambda \vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}, \quad \vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \lambda \vec{k}, \quad \vec{c} = \lambda \vec{j}, \quad \vec{d} = \vec{i} + \vec{k}.$$

Za koje vrijednosti $\lambda \in \mathbb{R}$ je vektor \vec{d} prikaziv kao linearna kombinacija vektora $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$? Kada je taj prikaz jedinstven?

Zadatak 2. Ispitajte komplanarnost sljedećeg skupa vektora u $V^3(O)$:

$$\{\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{j} + \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{i} + \vec{j}\}.$$

Zadatak 3. Matematičkom indukcijom dokažite da za sve $n \in \mathbb{N}$ vrijedi jednakost

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 2^n & 2^n - 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zadatak 4. Za polinom $p(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ i matricu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & -4 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$$

izračunajte $p(A)$.

Zadatak 5. Elementarnim transformacijama izračunajte rang matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 5 & -8 \\ 3 & 4 & 9 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 8 & -1 \end{pmatrix} \in M_{54}(\mathbb{R}).$$