

Linearna algebra 1

1. kolokvij
21. 11. 2023.

1. Riješite 3×3 sustav u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 2. \end{cases}$$

Interpretirajte egzistenciju i broj rješenja koristeći radijvektore.

2. (a) Koristeći rang matrice dokažite da je skup

$$\{(5, 4, 5, 5, 2), (5, 5, 5, 5, 4), (1, 2, 1, 1, 1)\}$$

linearno nezavisan u vektorskom prostoru \mathbb{R}^5 .

- (b) Koristeći rang matrice ispitate može li se vektor $(0, 1, 0, 1, 0) \in \mathbb{R}^5$ prikazati kao njihova linearna kombinacija.

3. U ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$ izračunajte rang matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ \lambda & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & \lambda & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Za matricu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

i polinom $p(x) = x^2 - (\text{Tr } A)x + 4$ izračunajte $p(A)$.