

Linearna algebra 1

Prva zadaća

Zadatak 1. U ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$ zadani su sljedeći vektori iz $V^3(O)$:

$$\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \lambda\vec{k}, \quad \vec{b} = \vec{i} + \lambda\vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \lambda\vec{k}, \quad \vec{d} = \vec{i} + 2\vec{k} + 3\vec{k}.$$

Za koje vrijednosti $\lambda \in \mathbb{R}$ je vektor \vec{d} prikaziv kao linearna kombinacija vektora $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

Zadatak 2. Zadani su vektori iz $V^3(O)$:

$$\vec{a} = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{b} = -\vec{i} - \vec{j}, \quad \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{d} = -\vec{i} + 3\vec{k}.$$

Jesu li vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ komplanarni? Može li se svaki vektor $\vec{v} \in V^3(O)$ prikazati kao linearna kombinacija

$$\vec{v} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} + \delta\vec{d}$$

za neke $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$? Ako da, je li taj prikaz nužno jedinstven?

Zadatak 3. Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \in M_{24}(\mathbb{R}).$$

Izračunajte matrice AA^t i A^tA te njihove rangove.

Zadatak 4. Za polinom $p(x) = 3x^3 - 2x^2 + 5I$ i matricu

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$$

izračunajte $p(A)$.

Zadatak 5. U ovisnosti o parametru $t \in \mathbb{R}$ odredite rank matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3-t & 3 & 2t \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 2+t \\ t+2 & 0 & t \end{bmatrix} \in M_{34}(\mathbb{R}).$$