

Linearna algebra 1

1. kolokvij

28. 11. 2024.

1. Riješite 3×3 sustav u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + \lambda^2 x_3 = \lambda, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$$

Interpretirajte egzistenciju i broj rješenja koristeći radijvektore.

2. (a) Koristeći rang matrice dokažite da je skup

$$\{(1, 2, 3, 4, 5), (6, 7, 8, 9, 10), (1, 0, 1, 0, 1)\}$$

linearno nezavisan u vektorskom prostoru \mathbb{R}^5 .

- (b) Koristeći rang matrice ispitate može li se vektor $(0, 1, 0, 1, 0) \in \mathbb{R}^5$ prikazati kao njihova linearna kombinacija.

3. U ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$ izračunajte rang matrice

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & -2 & -7 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & \lambda^2 + 2 \end{pmatrix}.$$

4. Za matricu

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

i polinom $p(x) = (x + 1)^3$ izračunajte $p(A)$.