

Linearna algebra 2

Prva zadaća

Zadatak 1. Ispitajte jesu li sljedeće funkcije linearni operatori:

(a) $A : \mathcal{P}_2 \rightarrow M_2(\mathbb{R}), \quad Ap = \begin{bmatrix} p(1) & 0 \\ 0 & p(-1) \end{bmatrix}.$

(b) $A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad A(x, y) = (xy, x, 0),$

(c) $A : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}, \quad A(x_1, x_2, x_3, x_4) = -x_1.$

Zadatak 2. Zadan je linearni operator

$$A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad A(x, y, z) = (x + y, x - z).$$

Odredite neku bazu za $\ker A$ i $\operatorname{Im} A$ te rang i defekt operatora A . Je li A injekcija/surjekcija/bijekcija?

Zadatak 3. Zadan je linearni operator

$$A : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R}), \quad A\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a + b + c + d & b + c + d \\ c + d & d \end{bmatrix}.$$

(a) Odredite matricu $A(e)$ gdje je (e) kanonska baza za $M_2(\mathbb{R})$.

(b) Dokažite da je operator A bijekcija te izračunajte A^{-1} .

Zadatak 4. Nađite matrični prikaz vektora $x = (1, 2, 3, 4) \in \mathbb{R}^4$ s obzirom na baze

(a) $(e') = \{(1, -1, 0, 0), (0, 1, -1, 0), (0, 0, 1, -1), (0, 0, 0, 1)\},$

(b) $(e'') = \{(2, -1, 0, 2), (1, 1, 1, 1), (3, -1, 0, 1), (1, 1, 1, 0)\}.$

Zadatak 5. Linearni operator $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ zadan je svojim matričnim prikazom

$$A(f, e) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

u paru kanonskih baza (e) i (f) . Odredite matrični prikaz $A(f', e')$ u paru baza

$$(e') = \{(1, 2), (0, -1)\}, \quad (f') = \{(2, 1, -1), (0, 2, 1), (3, -1, 1)\}.$$