

Linearna algebra 2

Probni 1. kolokvij

15. 04. 2025.

1. Zadana je linearan operator

$$A : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad A(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2 - x_3, 2x_1 + 2x_3 - x_4).$$

Odredite $\ker A$ i $\operatorname{Im} A$ te rang i defekt operatora A . Je li $(3, 4) \in \operatorname{Im} A$?

2. Zadan je linearan operator $A : M_2 \rightarrow \mathcal{P}_3$ formulom

$$A \left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right) (x) = (2a + b + 3c + d) + (-a + b - c + d)x + (b + d)x^2 + (2a + b + c)x^3.$$

Dokažite da je A bijekcija te odredite A^{-1} .

3. Vektor $x \in \mathbb{R}^3$ zadan je matričnim prikazom

$$x(e') = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

u bazi $(e') = \{(2, -1, -1), (-1, 2, 1), (1, 0, 0)\}$. Odredite njegov matrični prikaz u bazi

$$(e'') = \{(2, 0, 3), (-1, -1, 3), (1, 0, 2)\}.$$

4. Linearni operator $A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ zadan je formulom

$$A(x, y) = (x, x + 2y, -y).$$

Odredite matrični prikaz $A(f', e')$ u paru baza

$$(e') = \{(1, 1), (0, 1)\}, \quad (f') = \{(2, -1, 0), (-1, 1, 0), (1, 3, 1)\}.$$

Koliki je rang operatora A ?